СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ НЕКОТОРЫХ ПРИБЛИЖЕННО-АНАЛИТИЧЕСКИХ ФОРМУЛ ДЛЯ РАСЧЕТА ДЕБИТА ГОРИЗОНТАЛЬНЫХ СКВАЖИН

Ю.А. Волков, К.П. Курцева, Н.Д.Якимов

НИИ математики и механики им. Н.Г. Чеботарева
Казанского государственного университета
420008, Казань, ул. Университетская, 17

В работе рассмотрены приближенно-аналитические формулы и способы, используемые на практике для проведения прикидочных расчетов дебита горизонтальных скважин. При таких расчетах обычно берутся области с упрощенной схемой, и применяется модель линейной стационарной фильтрации однородной жидкости в пласте конечной толщины. Для оценки точности помимо теоретического анализа погрешности формул проведены численные эксперименты для таких случаев и сравнение полученных результатов с известными решениями аналогичных задач. В численных экспериментах использовался единый программный комплекс [1]. Выполненные расчеты показывают, что программа дает высокую точность, намного превышающую точность рассмотренных формул (за исключением случаев, когда конец скважины близко подходит к контуру питания). Поэтому погрешность формул можно определять сопоставлением с расчетами по программе.

Одними из наиболее известных являются формулы [2] для дебита горизонтальной скважины, расположенной в середине кругового пласта. Предложенные в [2] (гл. 3, § 2 и далее) решения представляются в виде довольно громоздких рядов, но дается и приближенное упрощенное представление результатов:

$$Q = 2\pi h \frac{k}{\mu}\left(P_k - P_c\right)\Big/ U, \tag{1}$$

где Q – дебит скважины, h – толщина пласта, k – проницаемость, μ – вязкость жидкости, $P_k - P_c$ – разность давлений на контуре и скважине,

$$U = \frac{1}{2}\ln\frac{R_k^2}{(l/2)^2 + r_c^2} + 1 - \frac{2r_c}{l}\operatorname{arctg}\frac{l}{2r_c} - \frac{h}{l}\ln\left(\frac{2\pi r_c}{h}\sin\frac{\pi a_0}{h}\right), \tag{2}$$

где R_k – радиус внешнего контура, r_c – радиус скважины, l – длина скважины, h – толщина пласта, a_0 – расстояние от подошвы пласта до скважины. Это решение основано на определенных допущениях. В частности, диаметр скважины вместо постоянного оказывается переменным, уменьшающимся от $2r_c$ в середине до нуля у концов (то есть как раз там, где плотность расхода особенно большая, диаметр существенно искажается). Это, естественно, сказывается на результатах, а именно, полученное значение расхода будет сильно занижено по сравнению с расходом скважины постоянного диаметра $2r_c$. Расчеты, проведенные по формулам (1), (2), дают погрешность (по сравнению с программой [1] и другими формулами) до 40% для l, близких к $2R_k$. С уменьшением длины скважины погрешность плавно убывает до 2.7 % для $l = R_k/10$.

Далее в работе [2] (гл. 3, § 6) дана так называемая «приближенная» формула для горизонтальной скважины в центре кругового пласта. В отличие от предыдущей формулы, где скважина может иметь произвольное положение по высоте, здесь скважина располагается в середине пласта. В этой работе впервые предлагается применить к горизонтальным скважинам подход с внутренним и внешним фильтрационными сопротивлениями. При этом горизонтальная скважина заменяется вертикальной щелью. Представление полного фильтрационного сопротивления в виде суммы отдельных внешнего и внутреннего сопротивлений (3) содержит дополнительную погрешность, которая иногда может быть довольно большой:

$$U = \ln\frac{4R_k}{l} + \frac{h}{l}\ln\left(\frac{h}{2\pi r_c}\right). \tag{3}$$

В случае кругового пласта при длине скважины, соизмеримой с его диаметром, внешнее сопротивление оказывается небольшим, сравнимым с внутренним. Так как здесь неравномерность расхода по длине скважины существенна, то погрешность формулы будет заметной. По расчетам максимальное завышение дебита составляет 15% при $l = 2R_k$, но с уменьшением длины скважины погрешность быстро падает и при $l = R_k$ составляет 3% и далее плавно убывает до 1% при $l = R_k/20$.

Следует отметить, что в приведенной формуле внешнее сопротивление рассчитывается на самом деле не для кругового пласта, а для приближенно заменяющего его эллипса с полуосями:

$$a = R_k\left(1 + l^2(4R_k)^{-2}\right), \quad b = R_k\left(1 - l^2(4R_k)^{-2}\right).$$

В некотором узком диапазоне длин скважины, близких к диаметру контура питания, погрешности δQ будут меньше (для $l = 2R_k$ δQ порядка 7%, для $l = 0.95 \cdot 2R_k$ погрешность δQ<4.5%). При меньших длинах данная погрешность будет порядка 3% и лишь при $l = 0.025 \cdot 2R_k$ составляет менее 1%. Таким образом, в целом эта формула оказывается более пригодной для расчетов, чем предыдущие.

Далее в [2] предлагается общая формула для многозабойной скважины в центре кругового пласта с m горизонтальными стволами (расположение правильной звездой) длиной l каждый:

$$Q = 2\pi \frac{k}{\mu} h (P_k - P_c) \Bigg/ \left(\ln \frac{\kappa R_k}{l} + \frac{h}{ml} \ln \frac{h}{2\pi r_c} \right), \tag{4}$$

где $\kappa = \kappa(m)$ определяется из таблицы [2] : $\kappa = 1.86$ при $m = 3$ и $\kappa = 1.78$ при $m = 4$. Подход к построению формулы аналогичен предыдущему. Соответственно, погрешности имеют ту же природу. При увеличении m неравномерность расхода по длине скважин увеличивается, поэтому погрешность учета внутреннего сопротивления возрастает. При этом внешнее сопротивление стремится к сопротивлению кольцевого пласта с радиусами R_k и l ($\kappa \to 1$), а внутреннее сопротивление, очевидно, должно оставаться конечным. А по формуле внутреннее сопротивление уменьшается до нуля. Однако вклад внутреннего сопротивления в общее (по сравнению с внешним) уменьшается, поэтому большая относительная ошибка внутреннего сопротивления не дает большой общей погрешности. По-видимому, в данном случае становится более заметной погрешность замены кругового контура, которая, насколько можно судить по расчетам, перекрывает погрешность внутреннего сопротивления, и общий расход по формуле оказывается заниженным уже при небольших длинах скважины: для $l = R_k/5$ в случае трехствольной ($m = 3$) скважины погрешность δQ составляет 0.5%; в случае четырехствольной ($m = 4$) – δQ=3%; для $l = R_k/2$ при $m = 3$

δQ=3%; при $m=4$ δQ=7%; для $l=0.8R_k$ при $m=3$ δQ=8%; при $m=4$ δQ=15%.

Указанная в п.5 [2] формула в том же параграфе распространяется на случай наклонных скважин (или одной скважины):

$$Q = 2\pi \frac{k}{\mu} h(P_k - P_c) \Bigg/ \left(\ln \frac{4R_k}{l \sin\alpha} + \frac{h}{l} \ln \frac{h \sin\alpha}{2\pi r_c} \right), \tag{5}$$

где l – проекция скважины на горизонталь, α – угол отклонения скважины от вертикали. В обычных случаях эта формула, несомненно, дает погрешность примерно того же порядка, что и предшествующие формулы для горизонтальных скважин.

Если сравнить наклонную скважину, пересекающую пласт, например, с горизонтальной с одной и той же проекцией на горизонтальную плоскость $l\sin\alpha$, то по формуле (5) их внешнее сопротивление окажется одинаковым, а внутреннее будет меньше у наклонной (l больше, а $\sin\alpha$ меньше при равных остальных параметрах). Хотя на самом деле у длинных наклонных скважин фильтрационное сопротивление у концов будет больше, чем у горизонтальных, проходящих по середине высоты пласта, из-за влияния близкой непроницаемой подошвы или кровли. Таким образом, по этой формуле влияние наклона получается не просто неточным, а противоположным (хотя и пренебрежимо малым). Это же показывают и расчеты. По формуле заметная разница расхода для наклонной, пересекающей пласт скважины по сравнению с горизонтальной скважиной, расположенной по середине толщины пласта с той же проекцией, имеет место лишь для длины скважины того же порядка, что и толщина пласта (для наклонной скважины с проекцией, равной толщине, – больше на 6%). Если длина хотя бы в три раза больше толщины, то разница будет всего лишь на полпроцента, хотя по программе расход наклонной скважины, наоборот, меньше (порядка 10%).

Аналогичным образом рассматривается ряд формул, предложенных В.Д.Лысенко [3], [4], где также используется подход, связанный с введением внешнего и внутреннего фильтрационных сопротивлений.

В [3] определялся дебит горизонтальной скважины, расположенной в центре прямоугольного в плане однородного пласта конечной толщины параллельно сторонам – контурам питания (две стороны перпендикулярные скважине – непроницаемы). Внутреннее сопротивление в работе [3] следующее:

$$A_{21} = \frac{1}{2\pi} \ln \frac{2\sigma + l}{2l}, \tag{6}$$

где 2σ – длина стороны области параллельной скважине.

В [4] дана формула для такого же случая, но рассматривается лишь половина области (односторонний приток к скважине). При этом внешнее сопротивление, естественно, ровно в два раза больше. Однако внутреннее сопротивление перехода от скважины к щели берется точно таким же, как для двустороннего притока. Думается, это не может быть сопротивление «полной» скважины, расположенной около непроницаемой границы – там имело бы место влияние этой границы. Внутреннее сопротивление перехода от «короткой» щели к «длинной» здесь почему-то имеет иной вид, чем в [3]:

$$A_{22} = \frac{1}{2\pi} \ln \frac{2\sigma}{l}. \tag{7}$$

Таким образом, имеются два варианта представления фильтрационного сопротивления. Для сравнения с предложенными в [3], [4] зависимостями рассмотрим известную формулу для фильтрационного сопротивления со средним членом:

$$A_{23} = -\frac{1}{2\pi} \ln \sin \frac{\pi}{2} \frac{l}{2\sigma}. \tag{8}$$

Анализ полученных решений позволяет сделать вывод, что формула с использованием (8) дает более точное решение, чем предложенные В.Д.Лысенко. Погрешность определения дебита с использованием (6), (7) для (6) колеблется в пределах 4%, для (7) – от 4 до 8.5%, для (8) – обычно не более 1.5%.

Основным результатом работы [4] является формула для дебита горизонтальной скважины, перпендикулярной контуру питания в прямоугольном пласте. Она выводится на основе довольно грубого предположения об «угловых» линиях тока, которое должно при правильной реализации приводить к несколько заниженной величине расхода. Расчеты показывают, что для «обычных» областей расход действительно занижен процентов на 20-30. Вместе с тем в предельных случаях, при вытягивании области в длину или в ширину (при фиксированном расстоянии между скважиной и контуром питания) расход по этой формуле уменьшается до нуля, хотя, согласно теореме Г.Н.Положего, он должен возрастать. Кроме того, формула имеет неправильное асимптотическое поведение при малых длинах скважин.

Таким образом, точность предложенной в [4] формулы для расчета дебита горизонтальной скважины перпендикулярной контуру питания нельзя считать удовлетворительной.

Остальные рассмотренные формулы из работ [2], [3] для определения дебита горизонтальной скважины, параллельной контуру питания, в типичных случаях могут давать приемлемую точность в определении величины самого дебита. Но как показывают примеры расчетов, требуется большая осторожность при их использовании для изучения влияния тех или иных факторов, их изменений, поскольку погрешности могут меняться совсем не так, как точный результат.

Поскольку рассмотренные приближенно-аналитические зависимости пригодны лишь для упрощенных схем (симметричное расположение скважин, сильные ограничивающие условия и т. д.), представляется наиболее целесообразным применение универсальной программы (типа описанной в [1]), позволяющей быстро получить результат с подключением графики и анимации.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 99-01-00364).

ЛИТЕРАТУРА

1. Алимов М.М., Егоров А.Г. *Расчет показателей разработки однородного пласта произвольной системой вертикальных и горизонтальных скважин*// Отчет НИИММ КГУ. – Казань, 1993.

2. Борисов Ю.П., Пилатовский В.П., Табаков В.П. *Разработка нефтяных месторождений горизонтальными и многозабойными скважинами.* – М: Недра, 1964. – 154 с.

3. Лысенко В.Д., Козлова Т.В. *К расчету дебита горизонтальных скважин*// Нефтепромысловое дело. – 1997. – № 6–7. – С.4–8.

4. Лысенко В.Д. *Дебит горизонтальной скважины, перпендикулярной к контуру питания* // Нефтепромысловое дело. – 1999. – № 9. – С.12–14.